Année universitaire 2010–2011

L1 STS : PHYSIQUE

Examen session 2
durée 2 heures

Exercice I : Alimentation d'un moteur

Pour alimenter un moteur à courant continu à partir d'une source (batterie d'accumulateurs) délivrant une tension continue E_0, on réalise le montage de la figure 1 avec deux interrupteurs K_1 et K_2 et une bobine d'inductance pure L placée en série avec le moteur. Les cycles d'ouvertures et fermetures des interrupteurs K_1 et K_2 servent à faire varier la vitesse de rotation du moteur. On admettra que le moteur à courant continu tourne à vitesse constante et que celui-ci est équivalent à une force électromotrice E en série avec une résistance R. La tension aux bornes du moteur est donc égale à $u = E + Ri$.

On donne : $E_0 = 12\,\mathrm{V}$, $E = 9\,\mathrm{V}$, $R = 1\,\Omega$, $L = 1\,\mathrm{mH}$.

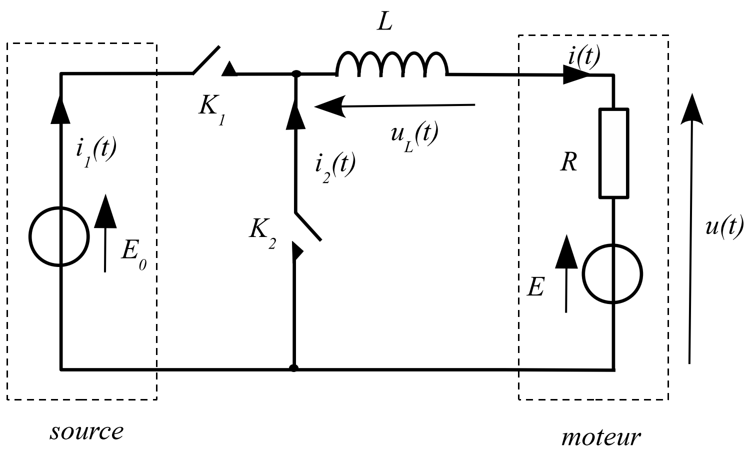

FIGURE 1 –

A l'instant $t = 0$, l'interrupteur K_1 est fermé, l'interrupteur K_2 est ouvert et l'intensité circulant dans le moteur est $i(t = 0) = I_0 = 1\,\mathrm{A}$.

I.1. Rappeler la relation entre la tension aux bornes de la bobine $u_L(t)$ et le courant $i(t)$ qui la traverse.

I.2. En appliquant la loi d'additivité des tensions, montrer que le courant $i(t)$ satisfait à l'équation différentielle suivante :

$$\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau} i(t) = b \qquad (1)$$

Donner les expressions de τ et b en fonction de E, E_0 L et R.

I.3. a. Determiner l'expression de la solution homogène $i_H(t)$ de l'équation différentielle.

I.3. b. Determiner l'expression de la solution particulière i_P de l'équation différentielle.

I.3. c. En déduire la solution générale $i(t)$ de l'équation différentielle.

I.3. d. Déterminer, en fonction de E, E_0 et R, l'expression de l'intensité du courant $i(t)$ au bout d'un temps très long et la calculer.

I.4. En déduire l'évolution de la tension $u(t)$ aux bornes du moteur en fonction du temps .

I.5. Représenter l'allure des variations de la tension $u(t)$ en fonction du temps. Quelle est la valeur de la tension $u(t)$ au bout d'un temps très long ?

Au bout d'un temps très long, à l'instant $t' = 0$, l'interrupteur K_1 est ouvert et l'interrupteur K_2 est fermé de sorte que $i_1(t') = 0$ et $i_2(t') = i(t')$. Le moteur continue à tourner à vitesse constante de sorte que la valeur de E reste constante.
I.6.a. Etablir la nouvelle équation différentielle donnant $i(t')$.
I.6.b. Donner, à l'instant $t' = 0$, les valeurs de la tension $u(t') = 0$ et du courant $i(t' = 0)$.
I.6.c. Déterminer l'évolution du courant $i(t')$ en fonction du temps .
I.6.d. A quel temps t'_1, l'intensité du courant redevient égale à I_0 ?

Exercice II : Suspension de voiture

Cet exercice présente deux méthodes permettant de vérifier le bon état des amortisseurs quand la voiture est à l'arrêt.
On considère que chaque suspension fixée sur les axes des quatre roues d'une voiture supporte le quart de la masse totale $M = 800\,\mathrm{kg}$ de la voiture. Chaque suspension est constituée d'un ressort de constante de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 exerçant une force $\overrightarrow{F_R} = -k(\ell - \ell_0)\overrightarrow{e_z}$ et d'un amortisseur exerçant une force proportionnelle à la vitesse verticale du véhicule : $\overrightarrow{F_f} = -\alpha \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\overrightarrow{e_z}$.
On donne $g = 10\,\mathrm{m.s^{-2}}$.

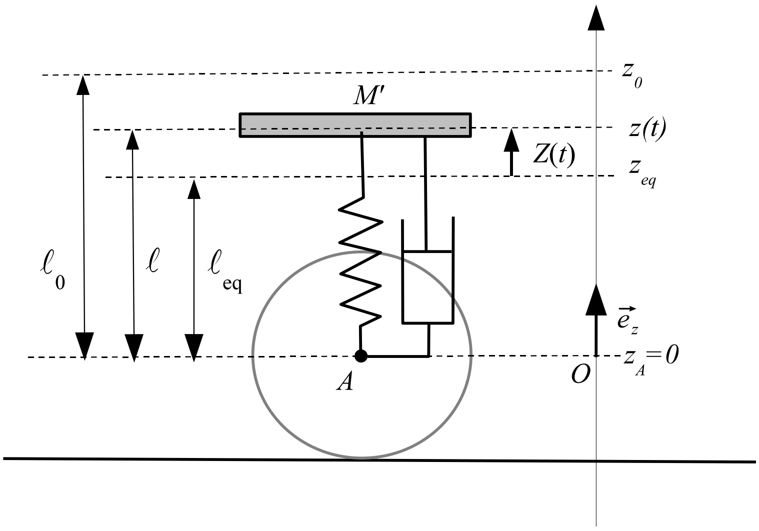

FIGURE 2 –

II.1. En appliquant le principe fondamental de la dynamique, déterminer l'équation différentielle satisfaite par la position $z(t)$ de la masse $M' = \frac{M}{4}$ (on considèrera que l'altitude $z(t)$ du centre de gravité de la masse M' par rapport à l'axe des roues est égale à la longueur des ressorts des suspensions). Montrer que cette équation peut se mettre sous la forme :

$$\frac{\mathrm{d}^2 z(t)}{\mathrm{d}t^2} + \frac{1}{\tau}\frac{\mathrm{d}z(t)}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 z(t) = -g + \omega_0^2 \ell_0 \qquad (2)$$

Donner les expressions de τ et ω_0 en fonction de M', f et k.
II.2. A l'équilibre, le ressort de chaque suspension est comprimé de$(z_{eq} - \ell_0) = -5\,\mathrm{cm}$. Calculer la constante de raideur k du ressort.
II.3. Pour une suspension en bon état, il est nécessaire que l'amortissement soit critique. Après avoir écrit l'équation caractéristique de l'équation différentielle, calculer la valeur α_C de α qui permet d'obtenir ce type d'amortissement. Préciser son unité.
II.4. Décrire brièvement le mouvement vertical de la voiture dans le cas où l'amortisseur est usé (c'est

à dire quand $\alpha < \alpha_C$) si les ressorts sont initialement comprimés puis libérés sans vitesse initiale.

Lors d'un contrôle technique automobile, chaque roue de voiture est placée sur un pont vibrant de fréquence variable pour tester chaque suspension. Les vibrations engendrées par le pont sont sinusoïdales de pulsation ω. On admet que l'allongement du ressort par rapport à la position d'équilibre $Z(t) = z(t) - z_{eq}$ doit satisfaire à l'équation :

$$\frac{\mathrm{d}^2 Z(t)}{\mathrm{d}t^2} + \frac{1}{\tau}\frac{\mathrm{d}Z(t)}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 Z(t) = a\cos\omega t \tag{3}$$

et on mesure l'amplitude Z_M de l'allongement du ressort en fonction de la pulsation ω du pont vibrant en régime permanent.

On rappelle qu'en notation complexe, une grandeur sinusoïdale $X(t)$ de pulsation ω s'écrit : $\underline{X}(t) = \underline{X}_M e^{i\omega t}$ avec $\underline{X}_M = X_M e^{i\varphi}$.

II.5. Quelle est l'expression générale de l'allongement $Z(t)$ en fonction du temps en régime permanent ?
II.6. Déterminer l'expression de l'amplitude complexe de l'allongement du ressort $\underline{Z}_M$ en fonction de la pulsation ω.
II.7. Donner l'expression du module de cette amplitude $|\underline{Z}_m| = Z_M$ dans cas où les amortisseurs sont en bon état, c'est à dire quand l'amortissement est critique ($\alpha = \alpha_C$).
II.8. Tracer l'allure du module de l'amplitude complexe Z_M en fonction de de la pulsation ω dans le cas où $\alpha = \alpha_C$.
II.9. Comment peut-on détecter si les amortisseurs sont très usés ($\alpha \ll \alpha_C$). Expliquez.